

# EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LAS CALIBRACIONES

Elaborado por:	Revisado por:	Aprobado por:
Fecha:	Fecha:	Fecha

## INDICE

<b>0.</b>	<b>PREÁMBULO.....</b>	<b>pg. 3</b>
<b>1.</b>	<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>pg. 3</b>
<b>2.</b>	<b>IDEAS GENERALES Y DEFINICIONES.....</b>	<b>pg. 4</b>
<b>3.</b>	<b>EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE LAS ESTIMACIONES DE ENTRADA.....</b>	<b>pg. 5</b>
	3.1 Consideraciones generales .....	pg. 5
	3.2 Evaluación Tipo A de la incertidumbre típica.....	pg. 5
	3.3 Evaluación Tipo B de la incertidumbre típica.....	pg. 7
<b>4.</b>	<b>CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE TÍPICA DE LA ESTIMACIÓN DE SALIDA .....</b>	<b>pg. 8</b>
<b>5.</b>	<b>INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE MEDIDA .....</b>	<b>pg. 11</b>
<b>6.</b>	<b>EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LOS CERTIFICADOS DE CALIBRACIÓN.....</b>	<b>pg. 12</b>
<b>7.</b>	<b>PROCEDIMIENTO PASO A PASO PARA EL CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA .....</b>	<b>pg. 12</b>
<b>8.</b>	<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>pg. 13</b>

- Anexo A: Comentarios sobre la evaluación de la capacidad óptima de medida  
Anexo B: Glosario de algunos términos utilizados  
Anexo C: Fuentes de incertidumbre de medida  
Anexo D: Magnitudes de entrada correlacionadas  
Anexo E: Factores de cobertura derivados de los grados efectivos de libertad

## 0. PREÁMBULO

El presente documento es traducción del documento EAL-R2 "Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration" Edition 1 April 1997. Este documento ha sido desarrollado por el grupo especial de EAL para la revisión del documento WECC 19-1990 en nombre del Comité 2 de EAL (Actividades de Calibración y Ensayo). Contiene una revisión completa del documento WECC 19-1990 al que sustituye.

El propósito de este documento es armonizar la evaluación de la incertidumbre de medida en EAL, para establecer los requisitos específicos sobre la expresión de la incertidumbre de medida en los certificados de calibración emitidos por los laboratorios acreditados y ayudar a los organismos de acreditación a aplicar un enfoque coherente en la evaluación de la capacidad óptima de medida de los laboratorios acreditados por ellos. Las normas que se establecen en este documento están en concordancia con las recomendaciones del documento *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, publicado por siete organizaciones internacionales de normalización y metrología y, en consecuencia, la aplicación del documento EAL-R2 fomentará también la aceptación general de los resultados de las mediciones europeas.

## 1. INTRODUCCIÓN

**1.1** Este documento establece los principios y los requisitos para la evaluación de la incertidumbre de medida en calibraciones y para la expresión de dicha incertidumbre en los certificados de calibración. El enfoque que adopta el presente documento es de carácter general, a fin de abarcar todas las áreas de calibración. El método descrito puede complementarse con recomendaciones más concretas para cada área, de manera que la información sea más fácil de aplicar. Al desarrollar estas directrices complementarias, deberán observarse los principios generales aquí expuestos, para asegurar una armonía suficiente entre las diferentes áreas.

**1.2** El tratamiento que se propone en este documento se corresponde con el del documento *Guide for the Expression of Uncertainty in Measurement* publicado por primera vez en 1993 en nombre de BIPM, IEC, IFFC, ISO, IUPAC, IUPAP y OIML [ref. 1]. Pero mientras que [ref. 1] establece normas generales para la evaluación y la expresión de la incertidumbre de medida que pueden aplicarse en la mayoría de los campos de mediciones físicas, este documento se centra en el método más adecuado para las mediciones realizadas por laboratorios de calibración y describe una forma armonizada y clara de evaluar y expresar la incertidumbre de medida. Se abordan los siguientes temas:

- definiciones básicas;
- métodos para evaluar la incertidumbre de medida de las magnitudes de entrada;
- relación entre la incertidumbre de medida de la magnitud de salida y la incertidumbre de medida de las magnitudes de entrada;
- incertidumbre expandida de medida de la magnitud de salida;
- expresión de la incertidumbre de medida;
- procedimiento, paso a paso, para calcular la incertidumbre de medida.

En posteriores documentos suplementarios se desarrollarán ejemplos resueltos de la aplicación del método aquí descrito para problemas de medición específicos en diferentes campos. La evaluación de la incertidumbre de medida se aborda también en otros documentos de EAL que ofrecen directrices sobre los métodos de calibración, algunos de los cuales contienen ejemplos específicos ya resueltos.

- 1.3 En EAL, la **capacidad óptima de medida** (referida siempre a una magnitud concreta, o al mensurando) se define como la incertidumbre de medida más pequeña que un laboratorio puede conseguir, dentro del alcance de su acreditación, cuando realiza calibraciones más o menos rutinarias de patrones de medida casi ideales, utilizados para definir, realizar, conservar o reproducir una unidad de esa magnitud o uno o más de sus valores, o cuando realiza calibraciones rutinarias de instrumentos de medida casi ideales utilizados para medir una magnitud. La evaluación de la capacidad óptima de medida de los laboratorios de calibración acreditados tiene que basarse en el método que se describe en este documento, pero normalmente tendrá que ser respaldada o confirmada por evidencias experimentales. Para ayudar a los organismos de acreditación a evaluar la capacidad óptima de medida de los laboratorios, el Anexo A contiene más explicaciones sobre el particular.

## 2. IDEAS GENERALES Y DEFINICIONES

- 2.1 La expresión del resultado de una medición está completa sólo cuando contiene tanto el valor atribuido al mensurando como la incertidumbre de medida asociada a dicho valor. En el presente documento, todas las magnitudes que no se conocen exactamente se tratan como **variables aleatorias**, incluso las magnitudes de influencia que pueden afectar al valor medido.
- 2.2 La **incertidumbre de medida** es un parámetro, asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que pueden atribuirse razonablemente al mensurando [ref. 2]. En el presente documento, se utilizará el término abreviado **incertidumbre** en lugar de **incertidumbre de medida** siempre que no exista el riesgo de equívocos. El Anexo C contiene una lista de las fuentes típicas de incertidumbre en una medición.
- 2.3 Los **mensurandos** son las magnitudes particulares objeto de una medición. En calibración, es frecuente que sólo se disponga de un mensurando o **magnitud de salida**  $Y$ , que depende de una serie de **magnitudes de entrada**  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), de acuerdo con la relación funcional

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.1)$$

La función modelo  $f$  representa el procedimiento de medición y el método de evaluación. Describe cómo se obtienen los valores de la magnitud de salida  $Y$  a partir de los valores de las magnitudes de entrada. En la mayoría de los casos, la función modelo corresponde a una sola expresión analítica, pero en otros casos se necesitan varias expresiones de este tipo que incluyan correcciones y factores de corrección de los efectos sistemáticos, en cuyo caso existe una relación más complicada que no se expresa explícitamente como una función. Es más,  $f$  puede determinarse experimentalmente, existir sólo como un algoritmo de cálculo que deba ser numéricamente evaluado, o ser una combinación de todo ello.

- 2.4 El conjunto de magnitudes de entrada  $X_i$  puede agruparse en dos categorías, según la forma en que se haya calculado el valor de la magnitud y la incertidumbre asociada al mismo:
- magnitudes cuyo valor estimado y cuya incertidumbre asociada se determinan directamente en la medición. Estos valores pueden obtenerse, por ejemplo, a partir de una única observación, observaciones reiteradas o juicios basados en la experiencia. Pueden exigir la determinación de correcciones de las lecturas del instrumento y de las magnitudes de influencia, como la temperatura ambiental, la presión barométrica o la humedad relativa;

- magnitudes cuyo valor estimado e incertidumbre asociada se incorporan a la medición desde fuentes externas, tales como magnitudes asociadas a patrones de medida calibrados, materiales de referencia certificados o datos de referencia obtenidos de manuales.

- 2.5 Una estimación del mensurando  $Y$ , la **estimación de salida** expresada por  $y$ , se obtiene de la ecuación (2.1) utilizando las **estimaciones de entrada**  $x_i$  como valores de las magnitudes de entrada  $X_i$

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Se supone que los valores de entrada son estimaciones óptimas en las que se han corregido todos los efectos significativos para el modelo. De lo contrario, se habrán introducido las correcciones necesarias como magnitudes de entrada diferentes.

- 2.6 En el caso de las variables aleatorias, la **varianza** de su distribución o la raíz cuadrada positiva de la varianza, llamada **desviación típica**, se utiliza como medida de la dispersión de los valores. La **incertidumbre típica de medida** asociada a la estimación de salida o al resultado de la medición  $y$ , expresada por  $u(y)$ , es la desviación típica del mensurando  $Y$ . Se determina a partir de los valores estimados  $x_i$  de las magnitudes de entrada  $X_i$  y sus incertidumbres típicas asociadas  $u(x_i)$ . La incertidumbre típica asociada a un estimado tiene la misma dimensión que éste. En algunos casos, puede utilizarse la **incertidumbre típica relativa de medida**, que es la incertidumbre típica de medida asociada a un estimado dividida por el módulo de dicho estimado  $y$ , por consiguiente, es adimensional. Este concepto no es aplicable cuando el estimado es igual a cero.

### 3. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA DE LAS ESTIMACIONES DE ENTRADA

#### 3.1 CONSIDERACIONES GENERALES

- 3.1.1 La incertidumbre de medida asociada a las estimaciones de entrada se evalúa utilizando uno de los siguientes métodos: “Tipo A” o “Tipo B”. La **evaluación Tipo A de la incertidumbre típica** es el método de evaluar la incertidumbre mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones. En este caso, la incertidumbre típica es la desviación típica experimental de la medida que se deriva de un procedimiento promediado o de un análisis de regresión. La **evaluación Tipo B de la incertidumbre típica** es el método de evaluar la incertidumbre mediante un procedimiento distinto al análisis estadístico de una serie de observaciones. En este caso, la estimación de la incertidumbre típica se basa en otros conocimientos científicos.

Nota: En algunas ocasiones, poco frecuentes en calibración, todos los valores posibles de una magnitud caen a un mismo lado de un único valor Límite. Un caso bien conocido es el llamado “error del coseno”. Para el tratamiento de estos casos especiales, véase ref. 1.

#### 3.2 EVALUACIÓN TIPO A DE LA INCERTIDUMBRE TÍPICA

- 3.2.1 La evaluación Tipo A de la incertidumbre típica se utiliza cuando se han realizado  $n$  observaciones independientes de una de las magnitudes de entrada  $X_i$  bajo las mismas condiciones de medida. Si este proceso de medida tiene suficiente resolución, se podrá observar una dispersión o fluctuación de los valores obtenidos.

**3.2.2** Supóngase que la magnitud de entrada  $X_i$ , medida repetidas veces, es la magnitud  $Q$ . Con  $n$  ( $n > 1$ ) observaciones estadísticamente independientes, el valor estimado de la magnitud  $Q$  es  $q$ , la **media aritmética** o **promedio** de todos los valores observados  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ )

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

La incertidumbre de medida asociada al estimado  $q$ , se evalúa de acuerdo con uno de los métodos siguientes:

- (a) El valor estimado de la varianza de la distribución de probabilidad es la **varianza experimental**  $s^2(q)$  de los valores  $q_j$ , que viene dada por:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Su raíz cuadrada (positiva) se denomina **desviación típica experimental**. La mejor estimación de la varianza de la media aritmética  $q$  es la **varianza experimental de la media aritmética**, que viene dada por

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Su raíz cuadrada positiva se denomina **desviación típica experimental de la media aritmética**. La incertidumbre típica  $u(q)$  asociada a la estimación de entrada  $q$  es la desviación típica experimental de la media

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

Advertencia: Generalmente, cuando el número  $n$  de mediciones repetidas es pequeño ( $n < 10$ ), la evaluación Tipo A de la incertidumbre típica, expresada por la ecuación (3.4) puede no ser fiable. Si resulta imposible aumentar el número de observaciones, tendrán que considerarse otros métodos descritos en el texto para evaluar la incertidumbre típica.

- (b) Cuando una medición está correctamente caracterizada y bajo control estadístico, es posible que se disponga de una **estimación combinada de la varianza**  $s_p^2$  que caracterice mejor la dispersión que la desviación típica estimada a partir de un número limitado de observaciones. Si, en ese caso, el valor de la magnitud de entrada  $Q$  se calcula como la media aritmética  $\bar{q}$  de un pequeño número  $n$  de observaciones independientes, la varianza de la media aritmética podrá estimarse como

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

La incertidumbre típica se deduce de este valor utilizando la ecuación (3.4).

### 3.3 EVALUACIÓN TIPO B DE LA INCERTIDUMBRE TÍPICA

**3.3.1** La evaluación Tipo B de la incertidumbre típica es la evaluación de la incertidumbre asociada a un estimado  $x_i$  de una magnitud de entrada  $X_i$  por otros medios distintos al análisis estadístico de una serie de observaciones. La incertidumbre típica  $u(x_i)$  se evalúa aplicando un juicio científico basado en toda la información disponible sobre la posible variabilidad de  $X_i$ . Los valores que caigan dentro de esta categoría pueden derivarse de

- datos obtenidos de mediciones anteriores;
- experiencia o conocimientos generales sobre el comportamiento y las propiedades de los materiales e instrumentos relevantes;
- especificaciones de los fabricantes;
- datos obtenidos de calibraciones y de otros certificados;
- incertidumbres asignadas a los datos de referencia obtenidos de manuales.

**3.3.2** El uso apropiado de la información disponible para una evaluación Tipo B de la incertidumbre típica de medición exige un juicio basado en la experiencia y en conocimientos generales. Es una destreza que puede adquirirse con la práctica. Una evaluación Tipo B de la incertidumbre típica que tenga una base sólida puede ser tan fiable como una evaluación Tipo A, especialmente cuando ésta se basa sólo en un número comparativamente pequeño de observaciones estadísticamente independientes. Deben distinguirse los siguientes casos:

- (a) Cuando sólo se conoce un **valor único** de la magnitud  $X_i$ , por ejemplo, el valor de una única medición, el valor resultante de una medición previa, un valor de referencia obtenido de la literatura o el valor de una corrección, este valor debe utilizarse como  $x_i$ . La incertidumbre típica  $u(x_i)$  asociada a  $x_i$  debe adoptarse siempre que se conozca. En caso contrario, debe calcularse a partir de datos inequívocos sobre la incertidumbre. Si no se dispone de este tipo de datos, la incertidumbre tendrá que estimarse sobre la base de la experiencia.
- (b) Cuando se pueda suponer una **distribución de probabilidad** para la magnitud  $X_i$ , ya sea basándose en la teoría o en la experiencia, la expectativa o valor esperado y la raíz cuadrada de la varianza de su distribución deben tomarse como el estimado  $x_i$  y la incertidumbre típica asociada  $u(x_i)$ , respectivamente.
- (c) Si sólo pueden estimarse unos **límites superior e inferior**  $a_+$  y  $a_-$  para el valor de la magnitud  $X_i$  (por ejemplo, especificaciones del fabricante de un instrumento de medición, intervalo de temperaturas, error de redondeo o de truncamiento resultante de la reducción automatizada de los datos), puede suponerse una distribución de probabilidad con una densidad de probabilidad constante entre dichos límites (distribución de probabilidad rectangular) para la variabilidad de la magnitud de entrada  $X_i$ . Según el anterior caso (b), se obtiene

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

para el valor estimado y

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

para el cuadrado de la incertidumbre típica. Si la diferencia entre los valores límites se expresa como  $2a$ , la ecuación (3.7) se convierte en:

$$u^2(x_1) = \frac{1}{3} a^2 \quad (3.8)$$

La distribución rectangular es una descripción razonable en términos de probabilidad del conocimiento que se tenga sobre la magnitud de entrada  $X_j$  cuando no existe ninguna otra información más que sus límites de variabilidad. Pero si se sabe que los valores de la magnitud en cuestión próximos al centro del intervalo de variabilidad son más probables que los valores próximos a los extremos, un modelo más adecuado sería una distribución triangular o normal. Por otro lado, cuando los valores cercanos a los extremos son más probables que los valores cercanos al centro, es más apropiada una distribución con forma de U.

#### 4. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE TÍPICA DE LA ESTIMACIÓN DE SALIDA

4.1 Cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas, el cuadrado de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida  $y$ , viene dado por

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

Nota: Existen casos, poco frecuentes en calibración, en los que la función modelo es claramente no lineal o algunos de los coeficientes de sensibilidad [véanse ecuaciones (4.2) y (4.3)] se anulan y tienen que incluirse términos de orden superior en la ecuación (4.1). Para el tratamiento de estos casos especiales, véase ref.1.

La magnitud  $u_i(y)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) es la contribución a la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida  $y$ , resultante de la incertidumbre típica asociada a la estimación de entrada  $x_i$

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

en donde  $c_i$  es el **coeficiente de sensibilidad** asociado a la estimación de entrada  $x_i$ , es decir, la derivada parcial de la función modelo  $f$  con respecto a  $X_j$  evaluada para las estimaciones de entrada  $x_i$ ,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{X_1=x_1 \dots X_N=x_N} \quad (4.3)$$

4.2 El coeficiente de sensibilidad  $c_i$  describe el grado en que la estimación de salida  $y$  se ve afectada por variaciones en la estimación de entrada  $x_i$ . Puede evaluarse a partir de la función modelo  $f$  según la ecuación (4.3) o utilizando métodos numéricos; por ejemplo, calculando la variación en la estimación de salida  $y$  como consecuencia de una variación en la estimación de entrada  $x_i$  de  $+u(x_i)$  y  $-u(x_i)$  y tomando como valor de  $c_i$  la diferencia resultante en  $y$  dividida por  $2u(x_i)$ . En algunas ocasiones, es preferible determinar con un experimento la variación en la estimación de salida  $y$ , repitiendo la medición en, por ejemplo,  $x_i \pm u(x_i)$ .

**4.3** Aunque  $u(x_i)$  es siempre positiva, la contribución  $u_i(y)$  según la ecuación (4.2) puede ser negativa o positiva, dependiendo del signo del coeficiente de sensibilidad  $c_i$ . El signo de  $u_i(y)$  tiene que tenerse en cuenta en el caso de magnitudes de entrada correlacionadas. Véase la ecuación (D.4) del Anexo D.

**4.4** Si la función modelo  $f$  es una suma o diferencia de las magnitudes de entrada  $X_i$ ,

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

la estimación de salida según la ecuación (2.2) viene dada por la correspondiente suma o diferencia de las estimaciones de entrada,

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

mientras que los coeficientes de sensibilidad son iguales a  $p_i$  y la ecuación (4.1) se convierte en:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

**4.5** Si la función modelo  $f$  es un producto o cociente de las magnitudes de entrada  $X_i$

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.7)$$

la estimación de salida es de nuevo el correspondiente producto o cociente de las estimaciones de entrada

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

En este caso, los coeficientes de sensibilidad son iguales a  $p_i y/x_i$  y de la ecuación (4.1) se obtiene una expresión análoga a la ecuación (4.6) cuando se utilizan incertidumbres típicas relativas  $w(y) = u(y)/|y|$  y  $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

**4.6** Si dos magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  están *correlacionadas* en cierto grado; es decir, si son mutuamente dependientes de una forma u otra, su **covarianza** tiene que considerarse también como una contribución a la incertidumbre. En el Anexo D se explica cómo hacer esto. La posibilidad de tener en cuenta el efecto de las correlaciones depende del conocimiento que se tenga del proceso de medición y del juicio de las dependencias mutuas de las magnitudes de entrada. En general, no debe olvidarse que, si se ignoran las correlaciones entre las magnitudes de entrada, el resultado puede ser una estimación incorrecta de la incertidumbre típica del mensurando.

**4.7** La covarianza asociada a los estimados de dos magnitudes de entrada,  $X_i$  y  $X_k$  puede considerarse igual a cero o insignificante en cualquiera de los siguientes casos:

- a) las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  son independientes; por ejemplo, cuando se han observado reiterada, pero no simultáneamente, en diferentes experimentos independientes, o cuando representan magnitudes resultantes de diferentes evaluaciones que se han realizado de forma independiente,
- b) cualquiera de las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  puede tratarse como constante;
- c) no existe información suficiente para valorar la existencia de una correlación entre las magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$ .

En algunas ocasiones, las correlaciones pueden eliminarse mediante la elección de una función modelo adecuada.

**4.8** El análisis de la incertidumbre para una medición - a veces llamado balance de incertidumbres de una medida - debe incluir una lista de todas las fuentes de incertidumbre, junto con las incertidumbres típicas de medida asociadas y los métodos para evaluarlas. En el caso de mediciones repetidas, debe indicarse también el número  $n$  de observaciones. Para mayor claridad, se recomienda presentar los datos referentes a este análisis en forma tabulada. En la tabla, las magnitudes deben expresarse mediante un símbolo físico  $X_i$  o un breve identificador, indicando para cada una de ellas, como mínimo, el valor estimado  $x_i$ , la incertidumbre típica de medición asociada  $u(x_i)$ , el coeficiente de sensibilidad  $c_i$  y las diferentes contribuciones a la incertidumbre  $u_i(y)$ . Asimismo, debe indicarse la dimensión de cada magnitud junto con los valores numéricos que se facilitan en la tabla.

**4.9** En la tabla 4.1 se ofrece un ejemplo formal de este tipo de presentación, que puede aplicarse cuando las magnitudes de entrada no están correlacionadas. La incertidumbre típica asociada al resultado de la medición  $u(y)$  que aparece en la esquina inferior derecha de la tabla corresponde a la raíz cuadrada de la suma de todas las contribuciones de la incertidumbre que aparecen en la columna derecha. La parte gris de la tabla no se ha completado.

**Tabla 4.1:** Tabla esquemática para la presentación ordenada de las magnitudes, estimaciones, incertidumbres típicas, coeficientes de sensibilidad y contribuciones a la incertidumbre utilizados en el análisis de la incertidumbre de una medida.

<i>magnitud</i>	<i>estimación</i>	<i>incertidumbre típica</i>	<i>coef. de sensibilidad</i>	<i>contrib. a la incertid. típica</i>
$X_i$	$x_i$	$u(x_i)$	$c_i$	$u_i(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	$c_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$	$c_2$	$u_2(y)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$X_N$	$x$	$u(x_N)$	$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$y$			$u(y)$

## 5. INCERTIDUMBRE EXPANDIDA DE MEDIDA

- 5.1 En EAL, se ha decidido que los laboratorios de calibración acreditados por miembros de EAL deben obtener una *incertidumbre expandida de medida*  $U$ , que se calcula multiplicando la incertidumbre típica  $u(y)$  de la estimación de salida y por un *factor de cobertura*  $k$ .

$$U = k u(y) \quad (5.1)$$

Cuando se puede atribuir una distribución normal (gausiana) al mensurando y la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida tiene la suficiente fiabilidad, debe utilizarse el factor de cobertura usual  $k = 2$ . La incertidumbre expandida asociada corresponde a una *probabilidad de cobertura* de, aproximadamente, un 95%. Estas condiciones se cumplen en la mayoría de los casos encontrados en los trabajos de calibración.

- 5.2 La hipótesis de una distribución normal no siempre puede confirmarse experimentalmente con facilidad. Sin embargo, cuando varios componentes de la incertidumbre (por ejemplo,  $N \geq 3$ ), derivados de distribuciones de probabilidad bien definidas de magnitudes independientes (por ejemplo, distribuciones normales o rectangulares), realizan contribuciones comparables a la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida, se cumplen las condiciones del Teorema Central del Límite y puede suponerse, con un elevado grado de aproximación, que la distribución de la estimación de salida es normal.
- 5.3 La fiabilidad de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida se determina por sus grados efectivos de libertad (véase Anexo E). Sin embargo, el criterio de fiabilidad se cumple siempre que ninguna de las contribuciones a la incertidumbre se obtenga de una evaluación Tipo A basada en menos de diez observaciones repetidas.
- 5.4 Si no se cumple alguna de estas condiciones (normalidad o fiabilidad suficiente), el factor de cobertura usual  $k = 2$  puede producir una incertidumbre expandida correspondiente a una probabilidad de cobertura inferior al 95%. En estos casos, para garantizar que el valor de la incertidumbre expandida se corresponde con la misma probabilidad de cobertura que en el caso normal, tienen que utilizarse otros procedimientos. La utilización de aproximadamente la misma probabilidad de cobertura es esencial para comparar los resultados de dos mediciones de la misma magnitud; por ejemplo, cuando se evalúan los resultados de intercomparaciones o se verifica el cumplimiento de una especificación.
- 5.5 Incluso aunque pueda suponerse una distribución normal, puede ocurrir que la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida no tenga la suficiente fiabilidad. Si, en ese caso, no se puede aumentar el número  $n$  de mediciones repetidas ni utilizar una evaluación de Tipo B en lugar de una evaluación de Tipo A poco fiable, debe utilizarse el método que se describe en el Anexo E.
- 5.6 En el resto de los casos, es decir, en todos los casos en los que no pueda justificarse la hipótesis de una distribución normal, debe utilizarse información sobre la distribución de probabilidad real de la estimación de salida para obtener un valor del factor de cobertura  $k$  que se corresponda con una probabilidad de cobertura de, aproximadamente, un 95%.

## **6. EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LOS CERTIFICADOS DE CALIBRACIÓN**

- 6.1** En los certificados de calibración, el resultado completo de la medición, que consiste en el estimado  $y$  del mesurando y la incertidumbre expandida asociada  $U$  debe expresarse en la forma  $(y \pm U)$ . También debe incluirse una nota explicatoria que, en el caso general, debería tener el siguiente contenido:

“La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medición por el factor de cobertura  $k=2$  que, para una distribución normal, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%. La incertidumbre típica de medida se ha determinado conforme al documento EAL-R2.”

- 6.2** Sin embargo, cuando se haya seguido el procedimiento descrito en el Anexo E, la nota explicatoria debería decir lo siguiente:

“La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medida por el factor de cobertura  $k = XX$  que, para una distribución *de t de Student* con  $\nu_{ef} = YY$  grados efectivos de libertad, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%. La incertidumbre típica de medición se ha determinado conforme al documento EAL-R2.”

- 6.3** El valor numérico de la incertidumbre de medida debe expresarse, como máximo, con dos cifras significativas. En general, el valor numérico del resultado de la medición debe redondearse en su expresión final a la menor cifra significativa en el valor de la incertidumbre expandida asignada al resultado de la medición. Para el proceso de redondeo, deben aplicarse las normas habituales para el redondeo de cifras (para más detalles, véase el documento ISO 31-0:1992, Anexo B). Sin embargo, si el redondeo reduce el valor numérico de la incertidumbre de medición en más de un 5%, debe utilizarse el valor redondeado hacia arriba.

## **7. PROCEDIMIENTO, PASO A PASO, PARA EL CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA**

- 7.1** A continuación, se ofrece una guía para la aplicación práctica del presente documento (En posteriores documentos suplementarios se desarrollarán ejemplos resueltos):

- a) Exprese en términos matemáticos la dependencia del mensurando (magnitud de salida)  $Y$  respecto de las magnitudes de entrada  $X_i$ , según la ecuación (2.1). Si se trata de una comparación directa de dos patrones, la ecuación puede resultar muy sencilla; por ejemplo,  $Y = X_1 + X_2$ .
- b) Identifique y aplique todas las correcciones significativas.
- c) Relacione todas las fuentes de incertidumbre en la forma de un análisis de incertidumbres según se explica en el apartado 4.
- d) Calcule la incertidumbre típica  $u(\bar{q})$  para magnitudes medidas reiteradamente conforme a la sección 3.2.

- e) Para valores únicos, por ejemplo, valores resultantes de mediciones previas, valores de corrección, valores tomados de la literatura técnica, etc, adopte la incertidumbre típica cuando se conozca la misma o pueda calcularse según el párrafo 3.3.2(a). Preste atención a la representación de la incertidumbre utilizada. Si no dispone de datos de los que pueda derivar la incertidumbre típica, tendrá que estimar el valor de  $u(x_j)$  basándose en la experiencia científica.
- f) Para magnitudes de entrada para las que se conoce o puede suponerse una distribución de probabilidad, calcule el valor esperado y la incertidumbre típica  $u(x_j)$  conforme al párrafo 3.3.2(b). Si sólo conoce o puede estimar los límites superior e inferior, calcule la incertidumbre típica  $u(x_j)$  de acuerdo con el párrafo 3.3.2(c).
- g) Calcule, para cada magnitud de entrada  $X_j$ , la contribución  $u_j(y)$  a la incertidumbre asociada a la estimación de salida resultante de la estimación de entrada  $x_j$ , aplicando las ecuaciones (4.2) y (4.3) y sumando sus cuadrados tal como se describe en la ecuación (4.1) para obtener el cuadrado de la incertidumbre típica  $u(y)$  del mensurando. Si sabe que las magnitudes de entrada están correlacionadas, aplique el procedimiento que se describe en el Anexo D.
- h) Calcule la incertidumbre expandida  $U$ , multiplicando la incertidumbre típica  $u(y)$  asociada a la estimación de salida por un factor de cobertura  $k$  elegido conforme al apartado 5.
- i) Informe del resultado de la medición, indicando el estimado y del mensurando, la incertidumbre expandida asociada  $U$ , y el factor de cobertura  $k$  en el certificado de calibración según se indica en el apartado 6.

## 8. REFERENCIAS

- 1 *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, primera edición, 1993, revisada y reeditada en 1995, International Standardization Organization (Ginebra, Suiza).
- 2 *International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology*, segunda edición, 1993, International Standardization Organization (Ginebra, Suiza).
- 3 International Standard ISO 3534-1 *Statistics, Vocabulary and Symbols, Part I: Probability and General Statistical Terms*, primera edición, 1993, International Standardization Organization (Ginebra, Suiza).

## ANEXO A

### COMENTARIOS SOBRE LA EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD ÓPTIMA DE MEDIDA

- A1** La capacidad óptima de medida (véase apartado 1 del texto principal) es uno de los parámetros que se utilizan para definir el *alcance* de la acreditación de un laboratorio de calibración. Los otros son: magnitud física, rango de medida y método de calibración o tipo de instrumento calibrado. La capacidad óptima de medida se indica en el *Anexo Técnico al certificado de acreditación*. La capacidad óptima de medida es uno de los datos fundamentales que pueden encontrarse en los directorios de laboratorios acreditados que los organismos de acreditación publican periódicamente. Se trata de un dato que permite a los clientes potenciales de los laboratorios acreditados juzgar la capacidad de un laboratorio para realizar un determinado trabajo de calibración en el laboratorio o “in situ”.
- A2** Para poder comparar la capacidad de diferentes laboratorios de calibración, especialmente de laboratorios acreditados por diferentes organismos de acreditación, debe armonizarse la expresión de la capacidad óptima de medida. Con el fin de facilitar esta armonización, seguidamente se ofrecen una serie de explicaciones del término “capacidad óptima de medida”, partiendo de la definición que de este término se hace en el texto principal.
- A3** Por “calibraciones más o menos rutinarias” se entiende que el laboratorio debe ser capaz de conseguir la capacidad óptima de medida indicada en los trabajos *usuales* para los que ha sido acreditado. Obviamente, existen casos en los que el laboratorio podría mejorar dicha capacidad como resultado de extensas investigaciones y la adopción de precauciones adicionales, pero estos casos no se contemplan en la definición de la capacidad óptima de medida, a no ser que la política explícita del laboratorio consista en realizar este tipo de investigaciones científicas (en cuyo caso, éstas se convertirían en calibraciones más o menos rutinarias del laboratorio).
- A4** La inclusión del calificativo “casi ideal” en la definición significa que la capacidad óptima de medida no debe depender de las características del instrumento calibrado. El concepto “casi ideal” indica, pues, que no existe una contribución significativa a la incertidumbre de medida atribuible a efectos físicos que puedan deberse a imperfecciones del instrumento calibrado. Sin embargo, se entiende que este tipo de instrumento casi ideal debe existir. Si se establece que, en un caso concreto, incluso el instrumento más cercano al “ideal” que existe contribuye a la incertidumbre de medida, esta contribución deberá incluirse en la determinación de la capacidad óptima de medida, indicando que dicha capacidad se refiere a la calibración de ese tipo de instrumento.
- A5** La definición de la capacidad óptima de medida implica que, dentro del alcance de su acreditación, el laboratorio no está autorizado a declarar una incertidumbre menor que la capacidad óptima de medida. Esto significa que el laboratorio debe indicar una incertidumbre mayor que la correspondiente a la capacidad óptima de medida siempre que se establezca que el proceso real de calibración contribuye significativamente a la incertidumbre de medida. Es frecuente que el equipo calibrado realice una cierta contribución. Obviamente, la incertidumbre de medida real nunca puede ser menor que la capacidad óptima de medida. Para establecer la incertidumbre real, el laboratorio tendrá que aplicar los principios del presente documento.

**A6** De acuerdo con la definición de la capacidad óptima de medida, el concepto es aplicable sólo a los resultados para los que el laboratorio declara su condición de laboratorio acreditado. Por consiguiente, estrictamente hablando, el término es de naturaleza administrativa y no tiene necesariamente que reflejar la capacidad técnica real del laboratorio. Un laboratorio puede solicitar su acreditación con una incertidumbre de medida mayor que su capacidad técnica, si tiene razones internas para hacerlo. Este tipo de razones internas suelen implicar casos en que deba mantenerse la confidencialidad la capacidad real del laboratorio frente a clientes externos; por ejemplo, cuando se realizan actividades de investigación y desarrollo o cuando se prestan servicios a clientes especiales.

La política del organismo de acreditación debe consistir en conceder la acreditación a cualquier nivel solicitado si el laboratorio es capaz de realizar las calibraciones a dicho nivel. (Esta última consideración se refiere, no sólo a la capacidad óptima de medida, sino a todos los parámetros que definen el alcance de la acreditación de un laboratorio).

**A7** La evaluación de la capacidad óptima de medida es tarea del organismo de acreditación. La estimación de la incertidumbre de medida que define la capacidad óptima de medida debe realizarse conforme al procedimiento descrito en el presente documento, con la excepción del caso que se contempla en el anterior párrafo. La capacidad óptima de medida debe expresarse de forma similar que la exigida en los certificados de calibración; es decir, como una incertidumbre expandida de medida, normalmente con un factor de cobertura  $k = 2$ . (Sólo en casos excepcionales en los que no pueda suponerse la existencia de una distribución normal o la evaluación se base en datos limitados, la capacidad óptima de medida tendrá que indicarse para una probabilidad de seguridad de, aproximadamente, el 95%. Para más detalle, véase el apartado 5 del texto principal).

**A8** Para evaluar la capacidad óptima de medida, deben tenerse en cuenta todos los componentes que realizan una contribución significativa a la incertidumbre de medida. Cuando se sabe que las contribuciones varían con el tiempo o con cualquier otra magnitud física, la evaluación puede basarse en los límites de las posibles variaciones que se supone que ocurren en condiciones de trabajo normales. Por ejemplo, si se sabe que el patrón de trabajo utilizado sufre una deriva, debe tenerse en cuenta la contribución causada por dicha deriva entre sucesivas calibraciones del patrón para estimar la contribución a la incertidumbre del patrón de trabajo.

**A9** En algunos campos, la incertidumbre de medición puede depender de otros parámetros, como la frecuencia de la tensión aplicada cuando se calibran resistencias patrón. Estos parámetros adicionales deben indicarse junto con la magnitud física en cuestión y especificar la capacidad óptima de medida para dichos parámetros, lo que suele hacerse expresando la capacidad óptima de medida como una función de los mismos.

**A10** En general, la capacidad óptima de medida debe expresarse numéricamente. Cuando dicha capacidad es una función de la magnitud a la que se refiere (o de cualquier otro parámetro), debe expresarse de forma analítica, en cuyo caso podría ser conveniente acompañar la indicación con un diagrama. Siempre debe indicarse clara e inequívocamente si la capacidad óptima de medida se expresa en términos absolutos o relativos. (Normalmente, esto se deduce cuando se indica la unidad correspondiente, pero, sobre todo cuando se trata de magnitudes adimensionales, se necesita una explicación adicional.)

**A11** Aunque la evaluación debe basarse en los procedimientos descritos en este documento, en el texto principal se establece el requisito de que la evaluación sea “respaldada o confirmada con datos experimentales”, lo que significa que el organismo de acreditación no debe basarse sólo en una evaluación de la incertidumbre de medida. Las intercomparaciones entre laboratorios para respaldar la evaluación tienen que realizarse bajo la supervisión del propio organismo de acreditación o en su nombre.

## ANEXO B GLOSARIO DE ALGUNOS TÉRMINOS UTILIZADOS

- B1** **media aritmética** ([ref.3] término 2.26)  
suma de valores dividido por el número de valores.
- B2** **capacidad óptima de medida** (apartado 1)  
incertidumbre de medición más pequeña que puede conseguir un laboratorio para una determinada magnitud en condiciones ideales de medición, dentro del alcance de su acreditación.
- B3** **correlación** ([ref.3] término 1.13)  
relación entre dos o más variables aleatorias dentro de una distribución de dos o más variables aleatorias.
- B4** **coeficiente de correlación** ([ref.1] sección C.3.6)  
medida de la dependencia relativa mutua de dos variables aleatorias, igual a su covarianza dividida por la raíz cuadrada positiva del producto de sus varianzas.
- B5** **covarianza** ([ref.1] sección C.3.4)  
medida de la dependencia mutua de dos variables aleatorias, igual al valor esperado del producto de las desviaciones de las dos variables aleatorias con respecto a sus respectivos valores esperados.
- B6** **factor de cobertura** ([ref.1] término 2.3.6)  
factor numérico utilizado como multiplicador de la incertidumbre típica de medida para obtener una incertidumbre expandida de medición.
- B7** **probabilidad de cobertura** ([ref.1] término 2.3.5, NOTA 1)  
fracción, generalmente grande, de la distribución de valores que como resultado de una medición, pueden atribuirse razonablemente al mensurando.
- B8** **desviación típica experimental** ([ref.2] término 3.8)  
raíz cuadrada positiva de la varianza experimental
- B9** **incertidumbre expandida** ([ref.1] término 2.3.5)  
magnitud que define un intervalo en torno al resultado de una medición que puede esperarse que incluya una fracción grande de la distribución de los valores que pueden atribuirse razonablemente al mensurando.
- B10** **varianza experimental** ([ref.1] párrafo 4.2.2)  
magnitud que caracteriza la dispersión de los resultados de una serie de  $n$  observaciones del mismo mensurando dada por la ecuación (3.2) del texto.
- B11** **estimación de entrada** ([ref.1] párrafo 4.1.4)  
valor estimado de una magnitud de entrada utilizado en la evaluación del resultado de una medición.
- B12** **magnitud de entrada** ([ref.1] párrafo 4.1.2)  
magnitud de la que depende el mensurando y que se tiene en cuenta en el proceso de evaluar el resultado de una medición.
- B13** **mensurando** ([ref.2] término 2.6)  
magnitud concreta objeto de la medición.

- B14 estimación de salida** ([ref.1] párrafo 4.1.4)  
resultado de una medición calculado por la función modelo a partir de las estimaciones de entrada.
- B15 magnitud de salida** ([ref.1] párrafo 4.1.2)  
magnitud que representa al mensurando en la evaluación de una medición.
- B16 estimación combinada de la varianza** ([ref.1] párrafo 4.2.4)  
valor estimado de la varianza experimental obtenido de una larga serie de observaciones del mismo mensurando en mediciones bien caracterizadas y bajo control estadístico.
- B17 distribución de probabilidad** ([ref.3] término 1.3)  
función que da la probabilidad de que una variable aleatoria adopte cualquier valor o pertenezca a un determinado conjunto de valores.
- B18 variable aleatoria** ([ref.3] término 1.2)  
variable que puede adoptar cualquier valor de un determinado conjunto de valores y que está asociada a una distribución de probabilidad.
- B19 incertidumbre típica relativa de medición** ([ref.1] párrafo 5.1.6)  
incertidumbre típica de una magnitud dividida por el valor estimado de dicha magnitud.
- B20 coeficiente de sensibilidad asociado a una estimación de entrada** ([ref.1] párrafo 5.1.3)  
variación diferencial en la estimación de salida generada por una variación diferencial en una estimación de entrada dividida por la variación en la estimación de entrada.
- B21 desviación típica** ([ref.3] término 1.23)  
raíz cuadrada positiva de la varianza de una variable aleatoria.
- B22 incertidumbre típica** ([ref.1] término 2.3.1)  
incertidumbre de medida expresada como desviación típica.
- B23 Método de evaluación Tipo A**  
método de evaluación de la incertidumbre de medida por análisis estadístico de una serie de observaciones.
- B24 Método de evaluación Tipo B**  
método de evaluación de la incertidumbre de medida por otro medio diferente al análisis estadístico de una serie de observaciones.
- B25 incertidumbre de medida** ([ref.2] término 3.9)  
parámetro, asociado al resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que pueden atribuirse razonablemente al mensurando.
- B26 varianza** ([ref.3] término 1.22)  
valor esperado del cuadrado de la desviación de una variable aleatoria con respecto al valor esperado.

## **ANEXO C**

### **FUENTES DE INCERTIDUMBRE DE MEDIDA**

- C1** La incertidumbre del resultado de una medición refleja la falta de un conocimiento completo del valor del mensurando. Un conocimiento completo exigiría una cantidad infinita de información. Los fenómenos que contribuyen a la incertidumbre y, por tanto, al hecho de que el resultado de una medición no pueda ser caracterizado con un único valor, se denominan fuentes de incertidumbre. En la práctica, pueden existir muchas fuentes de incertidumbre en una medición [ref.1], entre ellas las siguientes:
- a) definición incompleta del mensurando;
  - b) realización imperfecta de la definición del mensurando;
  - c) muestreo no representativo - la muestra medida no representa el mensurando definido -;
  - d) efectos no adecuadamente conocidos de las condiciones ambientales o mediciones imperfectas de las mismas;
  - e) desviaciones personales en la lectura de instrumentos analógicos;
  - f) límites en la discriminación o resolución del instrumento;
  - g) valores inexactos de los patrones y materiales de referencia utilizados en la medición;
  - h) valores inexactos de constantes y otros parámetros obtenidos de fuentes externas y utilizados en el algoritmo para la obtención de datos;
  - i) aproximaciones e hipótesis incorporadas en el método y el procedimiento de medición;
  - j) variaciones en observaciones repetidas del mensurando realizadas en condiciones aparentemente idénticas.
- C2** Estas fuentes no son necesariamente independientes. Algunas de las fuentes (a) - (i) pueden contribuir a (j).

**ANEXO D**  
**MAGNITUDES DE ENTRADA CORRELACIONADAS**

**D1** Si se sabe que dos magnitudes de entrada  $X_i$  y  $X_k$  están correlacionadas en cierto grado - es decir, si dependen la una de la otra de alguna manera - la **covarianza** asociada a los dos estimados  $x_i$  y  $x_k$

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad i \neq k \quad (D.1)$$

tiene que considerarse como una contribución adicional a la incertidumbre. El grado de correlación se caracteriza por el **coeficiente de correlación**  $r(x_i, x_k)$  (en donde  $i \dots k$  y  $|r| \neq 1$ ).

**D2** En el caso de  $n$  parejas independientes de observaciones repetidas simultáneamente de dos magnitudes  $P$  y  $Q$ , la covarianza asociada a las medias aritméticas  $\bar{p}$  y  $\bar{q}$  viene dada por:

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (D.2)$$

y, por sustitución,  $r$  puede calcularse a partir de la ecuación (D.1).

**D3** En el caso de las magnitudes de influencia, cualquier grado de correlación tiene que basarse en la experiencia. Cuando existe correlación, la ecuación (4.1) tiene que sustituirse por

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (D.3)$$

donde  $c_i$  y  $c_k$  son los coeficientes de sensibilidad definidos por la ecuación (4.3), o bien

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y)u_k(y)r(x_i, x_k) \quad (D.4)$$

donde las contribuciones  $u_i(y)$  a la incertidumbre típica de la salida  $y$  se derivan de la incertidumbre típica de la estimación de entrada  $x_i$  dada por la ecuación (4.2). Debe recordarse que el segundo sumando de términos en las ecuaciones (D.3) y (D.4) puede dar un resultado de signo negativo.

**D4** En la práctica, las magnitudes de entrada suelen estar correlacionadas, ya sea porque en la estimación de sus valores se utilice el mismo patrón físico de medida, el mismo instrumento de medida, los mismos datos de referencia o, incluso, métodos de medida que tengan una incertidumbre significativa. Sin pérdida de generalidad, supóngase que dos magnitudes de entrada  $X_1$  y  $X_2$  estimadas por  $x_1$  y  $x_2$  dependen de una serie de variables independientes  $Q_l (l= 1, 2, \dots, L)$

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \end{aligned} \quad (D.5)$$

aunque algunas de estas variables no tienen que aparecer necesariamente en las dos funciones. Las estimaciones  $x_1$  y  $x_2$  de las magnitudes de entrada estarán correlacionados en cierto grado, incluso aunque las estimaciones  $q_l (l=1, 2, \dots, L)$  no estén correlacionados. La covarianza estimada  $u(x_1, x_2)$  asociada con las estimaciones  $x_1$  y  $x_2$  viene dada por

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (D.6)$$

en donde  $c_{1l}$  y  $c_{2l}$  son los coeficientes de sensibilidad derivados de las funciones  $g_1$  y  $g_2$  en analogía con la ecuación (4.3). Puesto que sólo contribuyen a la suma los términos para los que no se anulan los coeficientes de sensibilidad, la covarianza es cero cuando no existe ninguna variable común en las funciones  $g_1$  y  $g_2$ . El coeficiente de correlación estimado  $r(x_1, x_2)$  asociado a las estimaciones  $x_1$  y  $x_2$  se deriva de la ecuación (D.6) conjuntamente con la ecuación (D.1).

**D5** El siguiente ejemplo demuestra las correlaciones que existen entre valores atribuidos a dos patrones elementales que se calibran frente al mismo patrón de referencia.

*Problema de medida*

Los dos patrones  $X_1$  y  $X_2$  se comparan con el patrón de referencia  $Q_S$  por medio de un sistema de medida capaz de determinar una diferencia  $z$  en sus valores, con una incertidumbre típica asociada  $u(z)$ . El valor  $q_S$  del patrón de referencia se conoce con una incertidumbre típica  $u(q_S)$ .

*Modelo matemático*

Las estimaciones  $x_1$  y  $x_2$  dependen del valor  $q_S$  del patrón de referencia y las diferencias observadas  $z_1$  y  $z_2$  conforme a las relaciones

$$\begin{aligned} x_1 &= q_S - z_1 \\ x_2 &= q_S - z_2 \end{aligned} \quad (D.8)$$

***Incertidumbres típicas y covarianzas***

Se supone que las estimaciones  $z_1$ ,  $z_2$  y  $q_S$  no están correlacionados porque se han determinado en diferentes mediciones. Las incertidumbres típicas se calculan a partir de la ecuación (4.4) y la covarianza asociada a las estimaciones  $x_1$  y  $x_2$  se calcula a partir de la ecuación (D.6), suponiendo que  $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_S) \end{aligned} \quad (D.8)$$

El coeficiente de correlación que se deduce de estos resultados es

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_S)}{u^2(q_S) + u^2(z)} \quad (D.9)$$

Su valor varía entre 0 y +1, dependiendo del cociente entre las incertidumbres típicas  $u(q_S)$  y  $u(z)$ .

- D6** El caso que describe la ecuación (D.5) es uno en que la inclusión de la correlación en la evaluación de la incertidumbre típica del mensurando puede evitarse mediante la elección adecuada de la función modelo. Al introducir directamente las variables independientes  $Q_i$  en sustitución de las variables originales  $X_1$  y  $X_2$  en la función modelo  $f$  conforme a las ecuaciones de transformación (D.5), se obtiene una nueva función modelo que no contiene ya las variables correlacionadas  $X_1$  y  $X_2$ .
- D7** No obstante, existen casos en los que no puede evitarse la correlación entre dos magnitudes de entrada  $X_1$  y  $X_2$ ; por ejemplo, cuando se utiliza el mismo instrumento de medida o el mismo patrón de referencia para determinar las magnitudes de entrada  $x_1$  y  $x_2$ , pero no se dispone de las ecuaciones de transformación a nuevas variables independientes. Si además no se conoce exactamente el grado de correlación, puede que sea conveniente evaluar la máxima influencia que esta correlación puede tener mediante una estimación del Límite superior de la incertidumbre típica del mensurando que, en el caso de que no se hayan tenido en cuenta otras correlaciones, adopta la forma de

$$u^2(y) \leq \left( |u_1(y)| + |u_2(y)| \right)^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

siendo  $u_r(y)$  la contribución de la incertidumbre típica de todas las restantes magnitudes de entrada que se supone que no están correlacionadas.

Nota: La ecuación (D.10) se generaliza fácilmente a casos de uno o varios grupos con dos o más magnitudes de entrada correlacionadas. En este caso, se debe introducir en la ecuación (D.10) una suma respectiva del peor de los casos para cada grupo de magnitudes correlacionadas.

**ANEXO E**

**FACTORES DE COBERTURA DERIVADOS DE LOS GRADOS EFECTIVOS DE LIBERTAD**

- E1** Para estimar el valor de un factor de cobertura  $k$  correspondiente a una determinada probabilidad de cobertura, es necesario tener en cuenta la fiabilidad de la incertidumbre típica  $u(y)$  de la estimación de salida  $y$ . Esto significa que hay que tener en cuenta la fiabilidad con que  $u(y)$  estima la desviación típica asociada al resultado de la medición. En el caso de un estimado de la desviación típica de una distribución normal, los grados de libertad de dicho estimado, que dependen del tamaño de la muestra en la que se basa, es una medida de su fiabilidad. Igualmente, una medida satisfactoria de la fiabilidad de la incertidumbre típica asociada a una estimación de salida son sus grados efectivos de libertad  $v_{ef}$ , que se estiman mediante una combinación adecuada de los grados efectivos de libertad de las diferentes contribuciones a la incertidumbre  $u_i(y)$ .
- E2** El procedimiento para calcular un factor de cobertura  $k$  adecuado cuando se cumplen las condiciones del Teorema Central del Límite, incluye las siguientes tres etapas:
- (a) Obtención de la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida según el procedimiento paso a paso que se describe en el apartado 7.
  - (b) Estimación de los grados efectivos de libertad  $v_{ef}$  de la incertidumbre típica  $u(y)$  asociada a la estimación de salida  $y$ , utilizando la fórmula de Welch-Satterthwaite

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (E.1)$$

donde  $u_i(y)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), definido en la ecuación (4.2), son las contribuciones a la incertidumbre típica asociada a la estimación de salida  $y$  resultante de la incertidumbre típica asociada a la estimación de entrada  $x_i$  que se supone que son mutua y estadísticamente independientes, y  $v_i$  corresponde a los grados efectivos de libertad de la contribución a la incertidumbre típica  $u_i(y)$ .

Para una incertidumbre típica  $u(q)$  obtenida mediante una evaluación Tipo A tal como se describe en la sección 3.1, los grados de libertad vienen dados por  $v_i = n - 1$ . Es más problemático determinar los grados de libertad de una incertidumbre típica  $u(x_i)$  obtenida de una evaluación de Tipo B. Sin embargo, una práctica común consiste en realizar estas evaluaciones de manera que se evite toda subestimación. Si, por ejemplo, se establecen unos límites superior e inferior  $a_-$  y  $a_+$ , éstos suelen escogerse de manera que la probabilidad de que la magnitud en cuestión quede fuera de dichos límites sea, de hecho, extremadamente pequeña. Siempre que se siga esta práctica, los grados de libertad de la incertidumbre típica  $u(x_i)$  obtenida de una evaluación Tipo B pueden considerarse como  $v_i \approx \infty$ .

- (c) Obtención del factor de cobertura  $k$  a partir de la tabla de valores E.1 de este anexo. Esta tabla de valores se basa en una distribución de T de Student evaluada para una probabilidad de cobertura del 95,45%. Si  $v_{ef}$  no es un número entero, como ocurre a menudo, deberá truncarse al siguiente número entero más pequeño.

**Tabla E.1:** Factores de seguridad  $k$  para diferentes grados efectivos de libertad  $v_{ef}$

$v_{ef}$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	$\infty$
$k$	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

Nombre de archivo: CEA-ENAC-LC-02 Rev. 1.doc  
Directorio: C:  
Plantilla: C:\Archivos de programa\Microsoft  
Office\Plantillas\Normal.dot  
Título: cea-enac-lc/02 Rev. 1 Enero 98  
Asunto:  
Autor: SUNTY  
Palabras clave:  
Comentarios:  
Fecha de creación: 06/02/98 9:56  
Cambio número: 7  
Guardado el: 23/10/00 8:59  
Guardado por: Belen  
Tiempo de edición: 70 minutos  
Impreso el: 03/04/01 11:52  
Última impresión completa  
Número de páginas: 22  
Número de palabras: 7.810 (aprox.)  
Número de caracteres: 44.522 (aprox.)